1. Determine que tipo de cônica cada uma das equações abaixo definem.

   (a) $7x^2 + 24xy - 256x - 192y + 1456 = 0$
   (b) $3x^2 + 4xy + y^2 - 2x - 1 = 0$
   (c) $x^2 - y^2 + 4x - 6y + 13 = 0$
   (d) $4x^2 + 4xy + y^2 - 6x + 3y + 2 = 0$
   (e) $2x^2 + 3y^2 - 8x + 6y - 7 = 0$
   (f) $x^2 + 4xy + 4y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$
   (g) $5x^2 + 4xy + y^2 - 6x - 2y + 2 = 0$
   (h) $4x^2 + 4xy + y^2 - 4x - 2y - 3 = 0$
   (i) $2x^2 + 2y^2 - 3x + y - 1 = 0$
   (j) $4x^2 - 9y^2 + 24x + 36y + 36 = 0$

2. Prove que o segmento que une os pontos médios dos lados não-paralelos de um trapézio é paralelo às bases, e sua medida é a semi-soma das medidas das bases (Figura 1a).

3. Prove que o segmento que une os pontos médios das diagonais de um trapézio é paralelo às bases, e sua medida é a semi-diferença das medidas das bases (Figura 1b).

Figura 1

4. Em cada caso, calcule m para que os vetores sejam LD.
   (a) $\vec{u} = (m, 1, m)$, $\vec{v} = (1, m, 1)$.
   (b) $\vec{u} = (m, 1, m + 1)$, $\vec{v} = (1, 2, m)$, $\vec{w} = (1, 1, 1)$.
   (c) $\vec{u} = (1 - m^2, 1 - m, 0)$, $\vec{v} = (m, m, m)$.
   (d) $\vec{u} = (m, 1, m + 1)$, $\vec{v} = (0, 1, m)$, $\vec{w} = (0, m, 2m)$.

5. Suponha que $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ seja LI. Dado t, sejam α, β e γ tais que $\vec{t} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v} + \gamma\vec{w}$. Prove que $(\vec{u} + \vec{t}, \vec{v} + \vec{t}, \vec{w} + \vec{t})$ é LI se, e somente se, $\alpha + \beta + \gamma + 1 \neq 0$.

6. Sejam $E = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ e $F = (\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$ duas bases tais que $\vec{f}_1 = 2\vec{e}_1$, $\vec{f}_2 = \vec{e}_2$, $\vec{f}_3 = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 7\vec{e}_3$.
   (a) Escreva a matriz de mundança de base de E para F.
   (b) Exprima o vetor $\vec{u} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$ na base F.
   (c) Escreva a matriz de mundança de base de F para E.
   (d) Exprima o vetor $\vec{u} = \vec{f}_1 - 2\vec{f}_2 + \vec{f}_3$ na base E.

7. Dados $\vec{v} = (1, 1, 1)$, $\vec{w} = (0, 1, -1)$ e $\vec{t} = (2, 1, -1)$, obtenha $\vec{u}$ de norma $\sqrt{5}$, ortogonal a $\vec{t}$, tal que $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ seja LD. Algum dos vetores encontrados forma ângulo agudo com $(-1, 0, 0)$?

8. Sendo $\vec{u}$ e $\vec{v}$ unitários, $||\vec{w}|| = 4$, $\vec{u} \cdot \vec{w} = -2$, $\vec{v} \cdot \vec{w} = -4$, e $\text{ang}(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{3}$ radianos, calcule:

(a) $(\vec{u}+\vec{v}+\vec{w})\cdot\vec{u}$

(b) $(2\vec{u}-\vec{v}+\vec{w})\cdot(\vec{u}+\vec{v})$

(c) $(5\vec{u}-\vec{w})\cdot(\vec{w}-2\vec{u})$

(d) $(\vec{w}-\vec{v}+\vec{u})\cdot(-\vec{u}+2\vec{w}+\vec{v})$

9. Sabendo que $\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}=\vec{0}$, $||\vec{u}||=\frac{3}{2}$, $||\vec{v}||=\frac{1}{2}$ e $||\vec{w}||=2$, calcule $\vec{u}\cdot\vec{v}+\vec{v}\cdot\vec{w}+\vec{w}\cdot\vec{u}$.

10. Prove as seguintes identidades:

    (a) $||\vec{u}+\vec{v}||^2+||\vec{u}-\vec{v}||^2=2(||\vec{u}||^2+||\vec{v}||^2)$; (b) $||\vec{u}+\vec{v}||^2-||\vec{u}-\vec{v}||^2=4\vec{u}\cdot\vec{v}$;

11. Prove os seguintes fatos a cerca de paralelogramos:
    (a) a soma dos quadrados dos comprimentos das diagonais de um paralelogramo é igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos quatro lados;
    (b) a diagonal maior de um paralelogramo é maior do que cada um dos quatro lados.
    (c) as diagonais de um paralelogramo têm comprimentos iguais se, e somente se, o paralelogramo é um retângulo.

12. Prove as seguintes desigualdades e caracterize os vetores para os quais valem a igualdade.

    (a) $|\vec{u}\cdot\vec{v}|\leq||\vec{u}||\,||\vec{v}||$; (b) $||\vec{u}+\vec{v}||\leq||\vec{u}||+||\vec{v}||$; (c) $||\vec{u}-\vec{v}||\leq||\vec{u}||-||\vec{v}||$;

13. Seja $ABCD$ um retângulo de diagonal BD. Prove que $||\overrightarrow{DP}||^2+||\overrightarrow{BP}||^2=||\overrightarrow{AP}||^2+||\overrightarrow{CP}||^2$, qualquer que seja o ponto P (Figura 2).

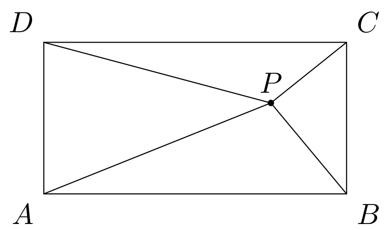

Figura 2: Teorema da Bandeira Britânica.