Geometria Analítica e Vetorial – 2024.2 **Segunda Avaliação**

Prof. Walner Mendonça 21 de janeiro de 2024

Aluno: ____ Nota:

Instruções:

- Justifique todas as suas respostas. É permitido usar qualquer resultado apresentado em sala.
- Será considerado apenas o que for escrito a **caneta**.
- A prova tem duração de **80 minutos**. Dica: gaste cerca de 15 minutos para cada questão.

Problema 1. (2 pontos)
Determine que tipo de cônica cada uma das equações abaixo definem.

(a) $7x^2 + 24xy - 256x - 192y + 1456 = 0$

(b) $4x^2 + 4xy + y^2 - 6x + 3y + 2 = 0$

(c) $2x^2 + 3y^2 - 8x + 6y - 7 = 0$

(d) $4x^2 - 9y^2 + 24x + 36y + 36 = 0$

Problema 2. (2 pontos)
Prove que o segmento que une os pontos médios das diagonais de um trapézio é paralelo às bases, e sua medida é a semi-diferença das medidas das bases (Figura 1).

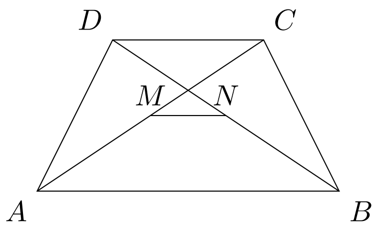

Figura 1: M e N são os pontos médios das diagonais do trapézio $ABCD$.

Problema 3. (2 pontos)
Suponha que $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ seja LI. Dado t, sejam α, β e γ tais que $\vec{t} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v} + \gamma\vec{w}$. Prove que $(\vec{u} + \vec{t}, \vec{v} + \vec{t}, \vec{w} + \vec{t})$ é LI se, e somente se, $\alpha + \beta + \gamma + 1 \neq 0$.

Problema 4. (2 pontos)
Sejam $E = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ e $F = (\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$ duas bases tais que $\vec{f}_1 = 2\vec{e}_1$, $\vec{f}_2 = \vec{e}_2$, $\vec{f}_3 = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 7\vec{e}_3$.

(a) Escreva a matriz de mundança de base de E para F.

(b) Exprima o vetor $\vec{u} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$ na base F.

Problema 5. (2 pontos)
Sabendo que $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$, $||\vec{u}|| = \frac{3}{2}$, $||\vec{v}|| = \frac{1}{2}$ e $||\vec{w}|| = 2$, calcule $\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \vec{w} + \vec{w} \cdot \vec{u}$.