Entregar as soluções dos exercícios 💯 para o email `walner+comb@mat.ufc.br`.

😴 **Exercício 1.** Mostre que qualquer subconjunto $A \subset [2n]$ de tamanho $n+1$ contém dois números coprimos.

💯 **Exercício 2.** Seja $\mathcal{A}$ uma família de subconjuntos de $[n]$ tal que $A \cap B \neq \emptyset$ para todo $A, B \in \mathcal{A}$. Conclua que $|\mathcal{A}| \leq 2^{n-1}$.

💯 **Exercício 3.** Mostre que em qualquer coloração das arestas de K_7 usando apenas duas cores (vermelho e azul), existe um triângulo vermelho ou um C_4 azul. Mostre que o mesmo não ocorre em K_6.

🤔 **Exercício 4.** Seja G um grafo simples. Mostre que existem dois vértices $u, v \in V(G)$ com $d_G(u) = d_G(v)$.

💯 **Exercício 5.** Mostre que um grafo e seu complemento não podem ser ambos desconexos.

😴 **Exercício 6.** Mostre que $e(G) \geq \binom{\chi(G)}{2}$.

🤔 **Exercício 7.** Mostre que se G é um grafo com pelo menos $v(G)$ arestas, então G possui um ciclo.

🤔 **Exercício 8.** Prove que uma árvore T tem ao menos $\Delta(T)$ folhas.

😴 **Exercício 9.** Mostre que todo grafo com n vértices e pelo menos $\binom{n-1}{2} + 1$ arestas é conexo.

🤔 **Exercício 10.** Mostre que toda floresta com exatamente k árvores tem $n - k$ arestas.

💯 **Exercício 11.** Seja $k \in \mathbb{N}$ e seja T uma árvore com $k + 1$ vértices. Prove que se G é um grafo com $\delta(G) \geq k$, então $T \subset G$.

🤔 **Exercício 12.** Prove que se G é um grafo conexo, então G possui um caminho de comprimento

$$k = \min\left\{2\delta(G),\, n - 1\right\}.$$

💯 **Exercício 13.** Prove que se G é um grafo com $\alpha(G) = k$, então existem k caminhos em G que são disjuntos em vértices e que cobrem todos os vértices de G.

😴 **Exercício 14.** Dados $1 \leq k \leq n$ inteiros positivos, considere o grafo $G_{n,k}$ obtido a partir de K_n removendo todas as arestas dentro de um conjunto de vértices qualquer de tamnho k. Determine $\chi(G_{n,k})$.

🥵 **Exercício 15.** Mostre que em qualquer coloração das arestas de K_n com duas cores, existem dois caminhos monocromáticos P e Q que são disjuntos em vértices e que $V(K_n) = V(P) \cup V(Q)$.

🥵 **Exercício 16.** Mostre que o grafo de Petersen não é hamiltoniano.

🥵 **Exercício 17.** Mostre que para todo $k \in \mathbb{N}$, existe um grafo G que não contém triângulos e tal que $\chi(G) = k$.

🥵 **Exercício 18.** Um *torneio* é qualquer grafo direcionado que pode ser obtido orientando as arestas de um grafo completo. Mostre que em todo torneio, existe um caminho hamiltoniano orientado.