1. Demonstre cada afirmação usando a definição ε, δ de limite.

(a) $\lim_{x\to 2} x^2 = 4$

(b) $\lim_{x\to 2} x^3 = 8$

(c) $\lim_{x\to 1} \dfrac{2+4x}{3} = 2$

(d) $\lim_{x\to 2}(x^2-1) = 3$

(e) $\lim_{x\to -6} \sqrt{6+x} = 0$

(f) $\lim_{x\to -\frac{1}{2}} \dfrac{9-4x^2}{3+2x} = 2$

(g) $\lim_{x\to 1}(x^2+2x-7) = -4$

(h) $\lim_{x\to 2} \sqrt[3]{x-3} = -1$

(i) $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^2+x-6}{x-2} = 5$

2. Encontre os pontos nos quais f é descontínua. Em quais desses pontos f é contínua à direita, à esquerda ou em nenhum deles? Esboce o gráfico de f.

(a) $f(x) = \begin{cases} 1+x^2 & \text{se } x \le 0 \\ 2-x & \text{se } 0 < x \le 2 \\ (x-2)^2 & \text{se } x > 2 \end{cases}$

(b) $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{se } x \le 1 \\ x^{-1} & \text{se } 1 < x < 3 \\ \sqrt{x-3} & \text{se } x \ge 3 \end{cases}$

(c) $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{se } x < 0 \\ \cos(x) & \text{se } 0 \le x \le 1 \\ 2-x & \text{se } x > 1 \end{cases}$

(d) $f(x) = \begin{cases} x^2-1 & \text{se } x < -1 \\ 2x+1 & \text{se } -1 \le x < 2 \\ x^3-x & \text{se } x \ge 2 \end{cases}$

3. Calcule os seguintes limites:

(a) $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^2+x-6}{x-2}$.

(b) $\lim_{x\to \infty} \dfrac{2x^3+5x-1}{x^3-4x^2+6}$.

(c) $\lim_{x\to -\infty} \dfrac{3x^4+x^2-7}{5x^4+2x+1}$.

(d) $\lim_{x\to -\infty} \dfrac{4x^7-3x+2}{12x^8+7x^7+9x^4}$.

(e) $\lim_{x\to -\infty} \dfrac{3x^4+x^2-7}{5x^4+2x+1}$.

(f) $\lim_{x\to -7} \dfrac{x^2-49}{x+7}$.

(g) $\lim_{x\to 0} \dfrac{x^3+x^2}{x^2+x}$.

(h) $\lim_{x\to \infty} \dfrac{7x^5-x^3+1}{3x^5+2x^4-x}$.

(i) $\lim_{x\to 2} \dfrac{2x^3-16}{x-2}$.

4. Determine:

(a) $\lim_{h\to 0} \dfrac{\sqrt{9+h}-3}{h}$.

(b) $\lim_{x\to \infty} \dfrac{\sqrt[3]{x^2+x}-x^{2/3}}{x^{1/3}}$.

(c) $\lim_{x\to \infty} \dfrac{\sqrt{x^2+2x}-x}{x}$.

(d) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x^2+16}-4}{x^2}$.

(e) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{8+x}-2}{x}$.

(f) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$.

5. Encontre:

(a) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\tan(x)}{x}$.

(b) $\lim_{x\to \pi/4} \dfrac{\sin(x)-\cos(x)}{\tan(x)-1}$.

(c) $\lim_{x\to 0} \sin\left(\dfrac{1}{x}\right)$.

(d) $\lim_{x\to 0} \dfrac{1-\cos(x)}{x^2}$.

(e) $\lim_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1-\cos^2(x/2)}}{x}$.

(f) $\lim_{x\to 0} x\csc(x)$.

6. Determine
$$\lim_{x\to a^-} f(x), \quad \lim_{x\to a^+} f(x), \quad \text{e } \lim_{x\to a} f(x)$$
para cada uma das seguintes funções e valores de a:

(a) $a = 1$,
$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x < 1, \\ 2x - 1 & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

(b) $a = 0$,
$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{se } x < 0, \\ x^2 - 1 & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

(c) $a = -1$,
$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & \text{se } x \leq -1, \\ x^2 + 1 & \text{se } x > -1. \end{cases}$$

7. Calcule os seguintes limites:

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1}{x}\left(1 - \frac{1}{(x+1)^3}\right)$

(b) $\displaystyle\lim_{x\to -7} \frac{1}{x+7}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{7}\right)$.

(c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1}{x}\left(1 - \frac{1}{(x+2)^2}\right)$.

(d) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{1}{x-1}\left(\frac{1}{x^2} - 1\right)$.

(e) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1}{x^3}\left((x+1)^4 - 1\right)$.

(f) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1}{x}\left(\frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x+2)^2}\right)$.

8. Determine a equação da reta tangente ao gráfico das seguintes funções no ponto x_0 indicado:

(a) $r(x) = \sqrt{x}, \quad x_0 = 4$

(b) $f(x) = x^3 - x, \quad x_0 = 1$

(c) $h(x) = \dfrac{1}{x^2+1}, \quad x_0 = 1$

(d) $g(x) = \sqrt{x^2+4}, \quad x_0 = 1$

(e) $s(x) = x^3 - 3x + 2, \quad x_0 = -1$

(f) $q(x) = \dfrac{2x+1}{x+2}, \quad x_0 = 1$

9. Calcule a derivada da função dada usando a definição. Diga quais são os domínios da função e da derivada.

(a) $f(x) = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{3}$

(b) $f(x) = 5x - 9x^2$

(c) $f(x) = 5x^2 - x + 7$

(d) $f(x) = \dfrac{1}{x}$

(e) $f(x) = x^3 - 3x + 5$

(f) $f(x) = x + \sqrt{x}$

(g) $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{2x + 3}$

(h) $f(x) = \sqrt{4 - x}$

(i) $f(x) = x^{3/2}$